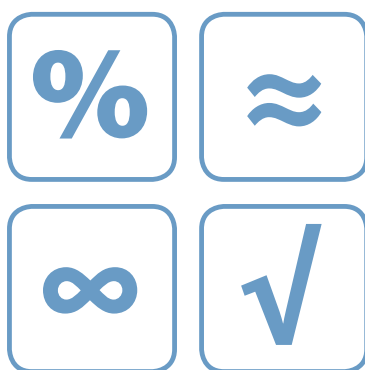


# prieš egzaminą

## 10 žingsnių

atnaujinta  
serija



# MATEMATIKA

Laima Tynčenko

# Pratarmė

Matematikos brandos egzaminas yra nemenkas iššūkis abiturientams: juo tikrinamos ne tik dalykinės žinios ir gebėjimai, bet ir branda bei kultūrinis išprusimas. Kad visa, ko išmokta per daugelį metų, taptų savastimi ir nepasimirštu, žinias būtina ne tik kartoti, bet ir gebėti taikyti.

Leidinys „Dešimt žingsnių egzamino link“ yra pagalba abiturientui, kuris nori dar kartą prisiminti, kas yra svarbiausia, ir įtvirtinti uždavinių sprendimo įgūdžius. Knygoje jis ras 10 žingsnių – 10 užduočių, atitinkančių 2016 m. matematikos brandos egzamino reikalavimus. Spręsdamas uždavinius, mokinys galės pasitikrinti savo matematikos žinias ir supratimą, gebėjimą taikyti juos praktikoje. Knygos pabaigoje pateikiami visų užduočių atsakymai.

KIEKVIENĄ UŽDUOTĮ SUDARO:

- 1. uždaviniai su pasirenkamaisiais atsakymais** (10 uždavinių, vertinamų po 1 tašką, **iš viso 10 taškų**);
- 2. trumpojo atsakymo** (nestruktūruoti arba struktūruoti) **uždaviniai** (4–10 uždavinių; jų arba jų dalių po 1 tašką vertinamas tik atsakymas, **iš viso 12 taškų**);
- 3. atvirojo atsakymo** (nestruktūruoti arba struktūruoti) **uždaviniai** (6–8 uždaviniai, vertinami ne mažiau kaip 2 taškais, **iš viso 38 taškai**).

Mokinys, išsprendęs kuo daugiau šioje knygoje pateikiamų užduočių, galės įsivertinti savo mokymosi pasiekimus, aprašytus egzamino reikalavimuose, ir sėkmingai pasirengs valstybiniam brandos egzaminui.

Sėkmės!

Autorė



# Matematikos brandos egzamino pagrindinės formulės

## PRIE EGZAMINO UŽDUOTIES PATEIKIAMAS MATEMATINIŲ FORMULIŲ RINKINYS:

**Greitosios daugybos formulės:**  $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ .

**Aritmetinės progresijos pirmųjų  $n$  narių suma:**  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ .

**Geometrinė progresija:**  $b_n = b_1 q^{n-1}$ ;  $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ .

**Nykstamosios geometrinės progresijos narių suma:**  $S = \frac{b_1}{1-q}$ .

**Sudėtinių procentų formulė:**  $S_n = S \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ ;

čia  $S$  – pradinis dydis,  $p$  – palūkanų norma,  $n$  – laikotarpio skaičius.

**Trikampis:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ,  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ,  $S = \frac{1}{2}ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$ ;

čia  $a, b, c$  – trikampio kraštinių ilgiai,  $A, B, C$  – prieš jas esančių kampų didumai,  $p$  – pusperimetris,  $r$  ir  $R$  – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgiai,  $S$  – plotas.

**Skritulio išpjova:**  $S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$ ,  $l = \frac{2\pi R}{360} \cdot \alpha$ ;

čia  $\alpha$  – centrinio kampo didumas laipsniais,  $S$  – išpjovos plotas,  $l$  – išpjovos lanko ilgis,  $R$  – apskritimo spindulio ilgis.

**Kūgis:**  $S_{\text{son. pav.}} = \pi Rl$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ .

**Rutulys:**  $S = 4\pi R^2$ ,  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

**Nupjautinis kūgis:**  $S_{\text{son. pav.}} = \pi(R+r) \cdot l$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ;

čia  $R$  ir  $r$  – kūgio pagrindų spindulių ilgiai,  $V$  – tūris,  $H$  – aukštinės ilgis,  $l$  – sudaromosios ilgis.

**Nupjautinės piramidės tūris:**  $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$ ;

čia  $S_1, S_2$  – pagrindų plotai,  $H$  – aukštinės ilgis.

**Rutulio nuopjova:**  $S = 2\pi RH$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$ ;

čia  $R$  – rutulio spindulio ilgis,  $H$  – nuopjovos aukštinės ilgis.

**Erdvės vektoriaus ilgis:**  $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ;

čia  $\vec{a}(x; y; z)$ .

**Vektorių skaliarinė sandauga:**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$ ;

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$  ir  $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ .

**Trigonometrinių funkcijų sąryšiai:**

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha},$$

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos(2\alpha), \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos(2\alpha),$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

## I DALIS

Kiekvienas šios dalies uždavinys turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą 1 tašku.

1.  $P$  ir  $R$  – dviejų taisyklingai sudaugintų skaičių skaitmenys. Apskaičiuokite  $P - R$ .

- A 2      B 1      C 0      D -1      E -2

$$\begin{array}{r} \times P15 \\ R5 \\ \hline + 2075 \\ 2490 \\ \hline 26975 \end{array}$$

1 taškas

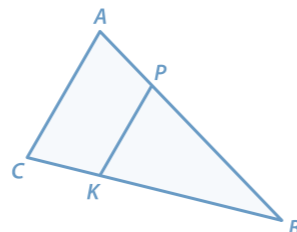
2. Kuris iš skaičių  $2^{-1}$ ,  $\log_3 \frac{1}{9}$ ,  $4^{\frac{1}{2}}$ ,  $\sin 150^\circ$ ,  $\log_5 1$  yra neigiamas?

- A  $2^{-1}$       B  $\log_3 \frac{1}{9}$       C  $4^{\frac{1}{2}}$       D  $\sin 150^\circ$       E  $\log_5 1$

1 taškas

3. Per tašką  $P$ , priklausantį trikampio  $ABC$  kraštinei  $AB$ , eina tiesė  $PK$ , lygiagreti su kraštine  $AC$ . Apskaičiuokite atkarpos  $BK$  ilgį, kai yra žinoma, kad  $AP : PB = 2 : 5$ ,  $BC = 28$ .

- A 12      B 20      C 10      D 8      E 16



1 taškas

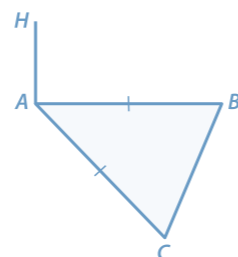
4. Kuriame taške funkcijos  $y = \log_{0,5}(x + 2)$  grafikas kerta  $Oy$  ašį?

- A  $(-1; 0)$       B  $(0; \frac{1}{4})$       C  $(0; -1)$       D  $(0; \sqrt{2})$       E Grafikas nekerta  $Oy$  ašies.

1 taškas

5. Lygiašonio trikampio  $ABC$  kraštinių ilgių yra  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 8$ . Statmens  $AH$  trikampio plokštumai ilgis lygus 4. Apskaičiuokite atstumą nuo taško  $H$  iki trikampio kraštinės  $BC$ .

- A  $5\sqrt{5}$       B  $6\sqrt{3}$       C  $3\sqrt{6}$       D 5      E 10

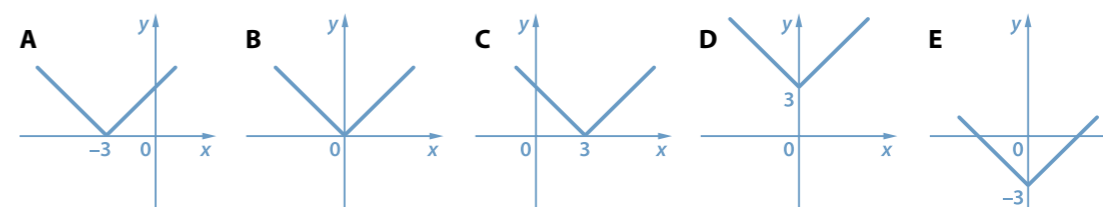


1 taškas

6. Yra žinoma, kad  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ . Tada vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ :

- A yra statmeni;      B sudaro bukąjį kampą;      C sudaro smailųjį kampą;  
D yra vienakrypčiai;      E yra priešpriešiniai.

1 taškas

7. Funkcijos  $y = |x - 3|$  grafikas yra:

1 taškas

8. Apskaičiuokite funkcijos  $y = \frac{x^2}{2} + \frac{2}{x}$  grafiko liestinės, nubrėžtos per tašką, kurio abscisė  $x_0 = -1$ , krypties koeficientą.

- A -3      B -2      C -1,5      D 0      E -1

1 taškas

9. Teniso turnyre dalyvauja 10 vyrų ir 6 moterų. Keliais būdais galima sudaryti 2 mišrias dalyvių poras?

- A  $A_{10}^2 \cdot A_6^2$       B  $C_{10}^2 \cdot C_6^2 \cdot 2!$       C  $C_{16}^4$       D  $10 \cdot 6 + 9 \cdot 5$       E  $A_{16}^4$

1 taškas

10. Aritmetinės progresijos pirmųjų  $n$  narių aritmetinis vidurkis lygus  $n - 1$ . Apskaičiuokite penktąjį šios progresijos narį.

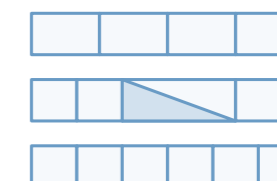
- A 5      B 6      C 7      D 8      E 9

1 taškas

## II DALIS

Kiekvieno šios dalies uždavinio ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku (kitu atveju vertinama 0 taškų).

11. Trys lygūs stačiakampiai įvairiais būdais padalyti į dalis. Viršutinis stačiakampis padalytas į 4 lygias dalis, apatinis – į 6 lygias dalis. Kuri vidurinio stačiakampio dalis yra nuspalvinta ryškiau?



1 taškas

12. Pirmieji du sekos  $(c_n)$  nariai yra tokie:  $c_1 = \frac{1}{6}$ ,  $c_2 = \frac{2}{3}$ . Apskaičiuokite trečiąjį sekos narį, kai yra žinoma, kad:

12.1.  $(c_n)$  – aritmetinė progresija;

1 taškas

12.2.  $(c_n)$  – geometrinė progresija;

1 taškas

12.3.  $c_{n+2} = 3c_n - 2c_{n+1}$ .

1 taškas

13. Bandymo baigtis gali būti vienas iš trijų elementariųjų įvykių:  $e_1$ ,  $e_2$  arba  $e_3$ .

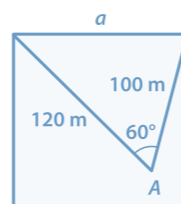
13.1. Apskaičiuokite elementariojo įvykio  $e_3$  tikimybę, kai yra žinoma, kad  $P(e_1) = p$ ,  $P(e_2) = 0,8 - p$ .

1 taškas

13.2. Raskite visas galimas šio bandymo  $p$  reikšmes.

1 taškas

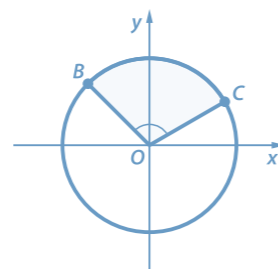
14. Lazerinis prietaisas buvo įmontuotas kvadratinio žemės sklypo taške A. Iš taško A kvadrato viršūnės matomos  $60^\circ$  kampas, o atstumas iki jų lygus atitinkamai 120 m ir 100 m. Apskaičiuokite žemės sklypo plotą.



1 taškas

15. Pažymėti vienetinio apskritimo taškai  $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  ir  $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

Apskaičiuokite kampo BOC didumą, jei O yra koordinatinių pradžių taškas.



1 taškas

16. Apskaičiuokite funkcijų  $y = 0,3^{2x-3}$  ir  $y = \left(3\frac{1}{3}\right)^x$  grafikų susikirtimo taško ordinatę.

1 taškas

17.  $\frac{4}{3-n} = \frac{*}{18-2n^2}$ .  $* = ?$

1 taškas

18. Išspręskite lygtį  $\operatorname{tg}(3x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

1 taškas

19. Nubrėžta funkcijos  $y = 2x^2 - 8x + 1$  liestinė, lygiagreti su abscisių ašimi. Apskaičiuokite lietimosi taško abscisę.

1 taškas

## III DALIS

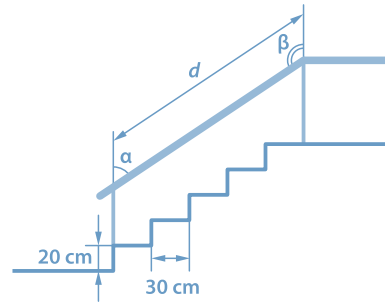
Išspręskite uždavinius.

20. Ar priklauso funkcijos  $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x}$  apibrėžimo sričiai lygties  $\sqrt{5x+29} - 3 = x$  sprendiniai? Atsakymą pagrįskite.

4 taškai

**21.** Norint įeiti į sodo namelį, reikia užkopti laiptais, turinčiais penkias pakopas. Kiekvienos pakopos aukštis 20 cm, o plotis 30 cm. Laiptų turėklai yra lygiagretūs su laiptų posvyriu ir sudaro vienašalius kampus  $\alpha$  ir  $\beta$ .

**21.1.** Apskaičiuokite kampo  $\alpha$  didumą laipsnio tikslumu.



2 taškai

**21.2.** Apskaičiuokite turėklų ilgį  $d$  centimetro tikslumu.

2 taškai

**22.** Nusipirkęs šaudykloje du šovinius, Ignas šaudo į taikinį. Tikimybė, kad jis pataikys, lygi  $\frac{2}{3}$ . Jeigu Ignas pataikys į taikinį abu kartus, jis gaus nemokamai dar vieną šovinį. Atsitiktinis dydis  $X$  yra Igno taiklių šūvių skaičius. Parašykite atsitiktinio dydžio skirstinį ir apskaičiuokite EX.

4 taškai

# ATSAKYMAI

## 1 užduotis

I DALIS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	E	B	B	C	D	D	C	A	B	D

### II DALIS

11.  $\frac{5}{24}$ . 12.1.  $1\frac{1}{6}$ . 12.2.  $2\frac{2}{3}$ . 12.3.  $-\frac{5}{6}$ . 13.1. 0,2. 13.2.  $0,2 \leq p \leq 0,8$ . 14. 12400 m<sup>2</sup>. 15. 105°. 16.  $y = \frac{10}{3}$ .  
17.  $8n + 24$ . 18.  $5^\circ + 60^\circ \cdot k$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ . 19.  $x_0 = 2$ .

### III DALIS

20.  $4 \in [-2; 4]$ . 21.1.  $56^\circ$ . 21.2. 180 cm. 22.

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$

- EX =  $\frac{44}{27}$ . 23.  $1\frac{1}{3}$  kv. vnt. 24. 1,6 dm.

- 25.1.  $(1; 2\frac{1}{3}) \cup (3; +\infty)$ . 25.2.  $x = 2$ ,  $x = 5$ . 26.3.  $16\sqrt{3}$  cm<sup>3</sup>. 27.3.  $v = 5$  km/h.

## 2 užduotis

I DALIS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	E	B	D	E	A	E	C	C	A	A

### II DALIS

- 11.1. 16 cm. 11.2. 16 cm. 12.  $q = 4$ . 13.1.  $\max_{[-2; 6]} f(6) = 3$ . 13.2.  $x = 1$ . 14. -2. 15.  $-3a^2 + 9a - 3$ .  
16. 75 %. 17.  $\frac{23}{36}$ . 18.  $x \in \mathbf{R}$ . 19. 7,5 cm. 20.  $\frac{\pi k}{2}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .

### III DALIS

- 21.1. 21.2.  $(-\infty; -1,5] \cup [1; +\infty)$ . 22. 420. 23.2.

X	14	15	16	17	18
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{1}{20}$

EX = 16.

24. 18 km/h; 24 km/h. 25.1. 51 narys. 25.2. 4335. 26.1.  $G(x) = -2x^2 + 18$ . 26.2.  $y = -4x + 20$ .  
26.3.  $S_f = \frac{2}{3}$  kv. vnt. 27.  $60^\circ$ . 28.1.  $x = 5$ .

## 3 užduotis

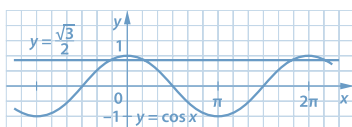
I DALIS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	A	C	B	E	D	A	D	B	D	C

### II DALIS

- 11.1.  $x = \pm 1$ ,  $x = \pm\sqrt{7}$ . 11.2.  $f(x) = 4x^3 - 16x$ . 12. 10,7 cm. 13. 1800 eurų; 2400 eurų. 14.1. -3.  
14.2. 14 narių. 14.3. 301. 15.  $k = 9$ . 16.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ . 17.  $x \in (-\infty; 3)$ . 18. 0,8. 19.  $\frac{2ab}{c^2}$ .

### III DALIS

20.  $a = 21$ . 21.1.



- 21.2.  $\frac{\pi}{6}$ . 21.3.  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{11\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .

- 21.4.  $[-\pi; -\frac{\pi}{6}] \cup [\frac{\pi}{6}; \pi]$ . 22. Ne. 23.  $(-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (5; +\infty)$ . 24. 511. 25.1.  $y = -\frac{1}{2}x + 4$ . 25.2.  $9\frac{1}{3}$ .  
26.1. 5 km. 26.2. 1 km. 26.3. 300 ha. 27.2.  $h = 2r = 2\sqrt{\frac{5}{6\pi}}$ .  
27.3. Kvadratas, jo matmenys  $2\sqrt{\frac{1}{3}}$  dm  $\times$   $2\sqrt{\frac{1}{3}}$  dm.